

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ ФРЕОНА R407C В ТРУБЕ ИСПАРИТЕЛЯ

- **Корнякова О.Ю.**, ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)», г. Челябинск, Россия

A MATHEMATICAL MODEL OF R407C FREON FLOW IN AN EVAPORATOR TUBE

- **Kornyakova O.Yu.**, South Ural State University (National Research University), Chelyabinsk, Russia

Целью настоящей работы является разработка и численная реализация математической модели движения фреона R407C в трубе испарителя с учётом: изменения агрегатного состояния хладагента вдоль канала; потерь давления на трение (с использованием корреляции Локхарта–Мартинелли и поправки Chisholm); потерь на ускорение потока вследствие изменения плотности смеси; постоянного теплового потока на стенке трубы. Модель ориентирована на последующее применение в задачах оптимизации конструкции испарителя (подбор диаметра, длины и режима работы), а также на интеграцию в более широкие расчётные схемы (например, при моделировании всей системы теплового насоса или при оценке надёжности тепловой сети).

Ключевые слова: тепловой насос, хладагент, математическая модель, испаритель.

The aim of this work is to develop and numerically implement a mathematical model of R407C freon flow in an evaporator tube, taking into account: changes in the aggregate state of the refrigerant along the channel; frictional pressure losses (using the Lockhart–Martinelli correlation and the Chisholm correction); flow acceleration losses due to changes in mixture density; and constant heat flux on the tube wall. The model is designed for subsequent use in evaporator design optimization problems (selection of diameter, length, and operating mode), as well as for integration into broader calculation schemes (e.g., when modeling the entire heat pump system or when assessing the reliability of a heating network).

Key words: heat pump, refrigerant, mathematical model, evaporator.

Введение

В современных системах теплоснабжения и холодильных установках испарители тепловых насосов играют ключевую роль в обеспечении эффективного теплосъёма и стабильности рабочих параметров. Одним из критически важных аспектов проектирования испарителей является корректный расчёт гидродинамических и тепловых характеристик двухфазного потока хладагента, поскольку потери давления в трубной системе напрямую влияют на энергопотребление компрессора и общую энергоэффективность установки [1].

Фреон R407C, широко применяемый в тепловых насосах и кондиционерах, характеризуется сложной зависимостью термодинамических свойств от давления и температуры, а также выраженной неоднородностью параметров в зоне кипения. При этом распределение массового паросодержания по длине трубы определяет как интенсивность теплообмена, так и величину гидравлических потерь, включая вклад трения и ускорения потока [2].

Существующие инженерные методики зачастую используют упрощённые корреляции либо ограничиваются оценкой интегральных характеристик, что не позволяет полноценно учитывать

локальные изменения параметров вдоль канала. В связи с этим актуальной задачей является построение одномерной стационарной математической модели течения R407C в прямой трубе, позволяющей детально описывать распределение давления, температуры и паросодержания с учётом фазовых переходов и гидравлических потерь [3].

Материалы и методы

Сформулируем постановку задачи. Рассматривается одномерное стационарное течение хладагента R407C в прямой трубе испарителя длиной L и внутренним диаметром D . На входе заданы массовый расход $\dot{m}$, давление p_{in} и температура $T_{in} < T_{sat}(p_{in})$. По длине трубы к стенке подводится постоянный тепловой поток q'' .

Требуется определить распределение по длине трубы: давления $p(x)$, температуры $T(x)$, массового паросодержания $x_v(x)$, скорости смеси $w(x)$ и составляющих потерь давления.

Основные допущения: одномерное течение, параметры осреднены по сечению, стационарность, тепловой поток q'' постоянен по длине. Учёт потерь на трение (корреляция Локхарта–Мартинелли с поправкой Chisholm) и на ускорение. Гравитационные потери пренебрежимо малы (горизонтальная труба).

Массовый расход постоянен:

$$\dot{m} = \rho_m w A = \text{const} \quad (1)$$

где ρ_m – средняя плотность смеси, w – средняя скорость

$$A = \frac{\pi D^2}{4}. \quad (2)$$

Массовое паросодержание:

$$x_v = \frac{\dot{m}_g}{\dot{m}}, \quad (3)$$

$$\dot{m} = \dot{m}_l + \dot{m}_g \quad (4)$$

Средняя плотность двухфазной смеси:

$$\frac{1}{\rho_m} = \frac{x_v}{\rho_g} + \frac{1 - x_v}{\rho_l}. \quad (5)$$

Приращение энтальпии на элементе длины dx :

$$dh = \frac{q'' P_{\text{perim}} dx}{\dot{m}}, \quad (6)$$

где $P_{\text{perim}} = \pi D$

Энтальпия в текущем сечении:

$$h(x + dx) = h(x) + dh. \quad (7)$$

Паросодержание в зоне кипения:

$$x_v = \frac{h - h_l(p)}{h_g(p) - h_l(p)}, \quad (8)$$

где $h_l(p)$, $h_g(p)$ – энтальпии насыщенной жидкости и насыщенного пара при давлении p .

Скорости жидкой и паровой фаз:

$$w_l = \frac{\dot{m}(1 - x_v)}{\rho_l A}, \quad (9)$$

$$w_g = \frac{\dot{m} x_v}{\rho_g A}. \quad (10)$$

Числа Рейнольдса:

$$Re_l = \frac{\rho_l w_l D}{\mu_l}, \quad (11)$$

$$Re_g = \frac{\rho_g w_g D}{\mu_g}. \quad (12)$$

Коэффициенты трения:

$$f_l = \begin{cases} 0,079 Re_l^{-0,25}, & Re_l > 2300, \\ 16/Re_l, & Re_l \leq 2300; \end{cases} \quad (13)$$

$$f_g = \begin{cases} 0,079 Re_g^{-0,25}, & Re_g > 2300, \\ 16/Re_g, & Re_g \leq 2300. \end{cases} \quad (14)$$

Потери давления для однофазных течений:

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_l = \frac{f_l}{2D} \rho_l w_l^2, \quad (15)$$

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_g = \frac{f_g}{2D} \rho_g w_g^2. \quad (16)$$

Параметр Мартинелли:

$$X = \sqrt{\frac{(dp/dx)_l}{(dp/dx)_g}}. \quad (17)$$

Множитель двухфазности ($C=20$):

$$\phi^2 = 1 + CX + \frac{1}{X^2}, \quad (18)$$

Потери на трение в двухфазном потоке:

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_f = \phi^2 \left(\frac{dp}{dx}\right)_l. \quad (19)$$

Изменение плотности смеси приводит к потерям на ускорение:

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_a = \frac{d(\rho_m w^2)}{dx} \approx \frac{\Delta(\rho_m w^2)}{\Delta x}. \quad (20)$$

В численной реализации используется конечная разность:

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_{a,i} = \frac{(\rho_{m,i} w_i^2) - (\rho_{m,i-1} w_{i-1}^2)}{\Delta x}. \quad (21)$$

Для горизонтальной трубы:

$$\frac{dp}{dx} = \left(\frac{dp}{dx}\right)_f + \left(\frac{dp}{dx}\right)_a. \quad (22)$$

Перепад давления на шаге:

$$\Delta p_i = \left.\frac{dp}{dx}\right|_i \Delta x. \quad (23)$$

Давление на следующем шаге:

$$p_{i+1} = p_i - \Delta p_i. \quad (24)$$

Алгоритм расчёта

Пусть N – число шагов по длине, $\Delta x = L/N$. Тогда для каждого шага $i=0, \dots, N-1$:

1. Вычислить приращение энтальпии по формуле (6).
2. Обновить энтальпию по формуле (7).
3. Определить состояние (жидкость, двухфазная зона, пар) и вычислить $x_{v,i}$, T_i , $\rho_{l,i}$, $\rho_{g,i}$, $\mu_{l,i}$, $\mu_{g,i}$.

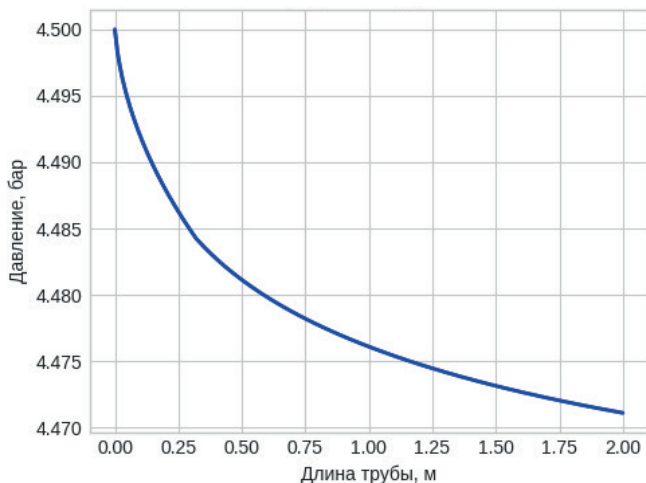


Рис. 1. Распределение давления по длине трубки

4. Рассчитать скорости фаз, числа Рейнольдса, коэффициенты трения.

5. Найти потери на трение через корреляцию Локхарта–Мартинелли.

6. Оценить потери на ускорение через конечные разности.

7. Суммировать потери и обновить давление по формуле (24).

Граничные условия

На входе ($x=0$): $p_0 = p_{in}$, $T_0 = T_{in}$, $h_0 = h(p_{in}, T_{in})$, $x_{v,0} = 0$ (переохлаждённая жидкость). На выходе ($x=L$) значения определяются интегрированием по шагам.

Результаты

Решение этой задачи может быть получено численно с применением Python 3.14. Результаты численного моделирования представлены на рисунках 1, 2.

Выводы

1. Зона кипения занимает существенную часть длины трубы. Рост массового паросодержания происходит нелинейно: на начальном участке преобладает нагрев переохлаждённой жидкости, далее следует интенсивная зона кипения с быстрым ростом массового паросодержания, а на выходе возможен небольшой участок перегрева пара.

Это важно учитывать при проектировании испарителя: длина активной зоны теплообмена

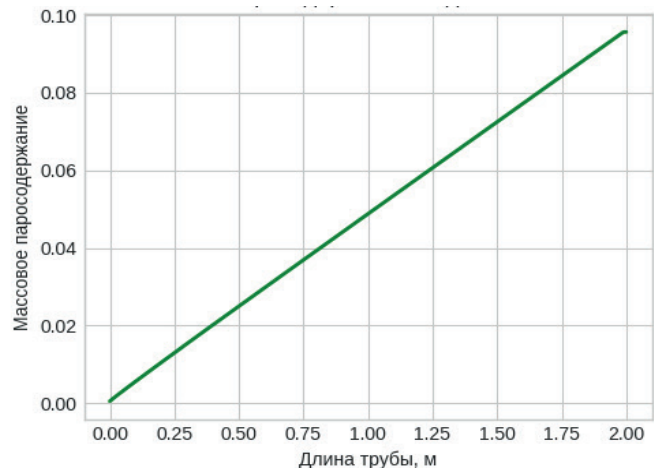


Рис. 2. Распределение паросодержания по длине трубки

должна покрывать именно участок с ростом паросодержания.

2. Давление монотонно снижается по длине трубы. Суммарные потери давления складываются из потерь на трение и потерь на ускорение. При этом доминирующим фактором являются потери на трение, особенно в двухфазной зоне, где рост паросодержания приводит к увеличению скорости паровой фазы и, как следствие, к росту коэффициента сопротивления.

3. Характер изменения градиента давления нелинеен. На участке переохлаждённой жидкости градиент давления относительно мал. В зоне кипения он резко возрастает и достигает максимума при умеренных значениях массового паросодержания, а затем может немного снижаться при дальнейшем росте паросодержания.

Список литературы

1. Дудкин, М. М. Оценка эффективности использования тепловых насосов на ТЭС / М. М. Дудкин, К. В. Осинцев, О. Ю. Корнякова // Современные вызовы и их влияние на развитие науки и образования: анализ и практические решения : Сборник статей Всероссийской научно-практической конференции с международным участием, Киров, 28 июня 2024 года. – Уфа: Общество с ограниченной ответственностью «Аэтерна», 2024. – С. 11-14.

2. Научные подходы к решению задачи совместных процессов пузырькового кипения фреона и его движения в змеевике / А. А. Ковалев, Я. С. Болков, К. В. Осинцев, О. Ю. Корнякова // Известия Российской академии наук. Энергетика. – 2024. – № 6. – С. 32-48. – DOI 10.31857/S0002331024060028.

Сведения об авторе

Корнякова Ольга Юрьевна – старший преподаватель кафедры «Промышленная теплоэнергетика», ФГАОУ ВО «ЮУрГУ (НИУ)», г. Челябинск, Россия, kornyakovaoi@susu.ru.

About the author

Kornyakova Olga Yuryevna – Senior Lecturer, Department of Industrial Thermal Power Engineering, South Ural State University (National Research University), Chelyabinsk, Russia, kornyakovaoi@susu.ru.

Дата поступления рукописи: 22.07.2026

3. Thorat S., Dale O., Hambarde M. Experimental investigation on flow boiling of R407C in plain horizontal copper tube, International Engineering Research Journal. (2020). https://www.researchgate.net/publication/342522182_Experimental_investigation_on_flow_boiling_of_R407C_in_plain_horizontal_copper_tube.

References

1. Dudkin, M. M. Evaluation of the efficiency of using heat pumps at thermal power plants / M. M. Dudkin, K. V. Osintsev, O. Yu. Kornyakova // Modern challenges and their impact on the development of science and education: analysis and practical solutions: Collection of articles of the All-Russian scientific and practical conference with international participation, Kirov, June 28, 2024. - Ufa: Limited Liability Company «Aeterna», 2024. - Pp. 11-14.

2. Scientific approaches to solving the problem of joint processes of nucleate boiling of freon and its movement in a coil / A. A. Kovalev, Ya. S. Bolkov, K. V. Osintsev, O. Yu. Kornyakova // Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Power Engineering. - 2024. - No. 6. - Pp. 32-48. – DOI 10.31857/S0002331024060028.

3. Thorat S., Dale O., Hambarde M. Experimental investigation on flow boiling of R407C in plain horizontal copper tube, International Engineering Research Journal. (2020). https://www.researchgate.net/publication/342522182_Experimental_investigation_on_flow_boiling_of_R407C_in_plain_horizontal_copper_tube.

Дата принятия рукописи: 18.09.2026